独立深層学習行列分析に基づく多チャネル音源分離の実験的評価

北村 大地† 角野 隼斗† 高宗 典玄† 高道慎之介† 猿渡 洋†

小野 順貴††

†東京大学 〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1
†† 首都大学東京 〒 191-0065 東京都日野市旭が丘 6-6

あらまし 本稿では、新しい教師あり多チャネル音源分離手法である独立深層学習行列分析(IDLMA)を提案する. IDLMAは、従来のブラインド音源分離の独立低ランク行列分析と、近年発展している教師あり学習のディープニュー ラルネットワーク(DNN)を融合したアルゴリズムであり、独立成分分析を起源とする統計的独立性に基づく信号分 離理論の正当な教師あり拡張手法である.本手法では、DNNを用いて音源の時間周波数構造をモデル化しつつ、観測 信号の空間的な混合モデルをブラインドに推定することができる.音楽信号を用いた評価実験では、IDLMAが従来 のDNNに基づく多チャネル音源分離手法よりも高速かつ高精度な音源分離を実現できることを示す. キーワード 多チャネル音源分離,独立成分分析、ディープニューラルネットワーク

Experimental Evaluation of Multichannel Audio Source Separation Based on IDLMA

Daichi KITAMURA[†], Hayato SUMINO[†], Norihiro TAKAMUNE[†], Shinnosuke TAKAMICHI[†],

Hiroshi SARUWATARI[†], and Nobutaka ONO^{††}

† The University of Tokyo 7–3–1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113–8656, Japan
†† Tokyo Metropolitan University 6–6 Asahigaoka, Hino-shi, Tokyo 191–0065, Japan

Abstract In this paper, we propose a new informed multichannel audio source separation called independent deeply learned matrix analysis (IDLMA). IDLMA is a unified algorithm of conventional blind source separation, independent low-rank matrix analysis, and a supervised learning method based on deep neural networks (DNN) and can be interpreted as a natural informed extension of the independence-based source separation theory. Although a source model is estimated by pre-trained sourcewise DNN, a spatial model can blindly be estimated by statistical independence between sources. The experiment using music signals shows the efficacy of IDLMA compared with the conventional DNN-based techniques.

Key words multichannel audio source separation, independent component analysis, deep neural networks

1. はじめに

ブラインド音源分離(blind source separation: BSS)とは, 音源位置や混合系が未知の条件で,観測された信号のみから混合 前の音源信号を推定する技術である. 優決定条件(音源数 \leq 観 測チャネル数)における BSS では,独立成分分析(independent component analysis: ICA)[1]に基づく手法及びその拡張手 法が主流である.特に,独立ベクトル分析(independent vector analysis: IVA)[2]-[6]と非負値行列因子分解(nonnegative matrix factorization: NMF)[7],[8]を融合した手法である独 立低ランク行列分析(independent low-rank matrix analysis: ILRMA) [9]-[12] は,従来手法よりも高精度な音源分離を実現 している. ILRMA は,音源間の統計的独立性と各音源の時間 周波数構造の低ランク性を仮定した BSS であり,時間周波数 の低ランクな共変構造を NMF でモデル化することで,周波数 領域 ICA [13]-[16] におけるパーミュテーション問題[17](音 源毎の分離フィルタの順序が周波数間で整合できない問題)を 回避しつつ,周波数毎の分離行列を推定する.

劣決定条件(音源数 > 観測チャネル数)における多チャネル BSS では、多チャネル観測信号の時間周波数成分を多変量複 素ガウス分布の分散及び相関行列でモデル化する手法[18](以 後,Duong 法と呼ぶ)が有名である.Duong 法では、各音源

のパワースペクトログラムに対応する時変な分散(音源モデル) と,空間的な伝達系に対応する時不変な相関行列(空間相関行 列,空間モデル)を周波数毎に推定するが,周波数領域 ICA と 同じく推定後にパーミュテーション問題を解決しなければなら ない. その後, Duong 法は音源モデルの推定に NMF を導入 した多チャネル NMF (multichannel NMF: MNMF) [19], [20] へと発展し, 音源の時間周波数構造の低ランク性に基づいて パーミュテーション問題を回避する推定法が登場した.この MNMF と ILRMA は空間相関行列のランクに関する制約を除 いて本質的に等価なアルゴリズムである [9]. 但し, Duong 法 や MNMF は混合系を空間モデルとして推定するのに対して ILRMA は分離系を推定するアルゴリズムであり、最適化の観 点では MNMF よりも ILRMA の方が高速であり、パラメタの 初期値に対しても頑健であることが実験的に示されている[9]. MNMF や ILRMA のように NMF を音源モデルとして用いる だけでなく、より一般に、任意の単一チャネル音源分離手法を 用いて、分離結果のいわば「お手本」となるようなスペクトロ グラムを求めておき, それを音源モデルとして用いて分離行列 を高精度に推定する研究も行われており[21]、こうした研究か らも多チャネル音源分離における音源モデルの重要性が示唆さ れる.

一方,近年はディープニューラルネットワーク (deep neural networks: DNN)に基づく音源分離手法も広く研究されるよう になり、単一チャネル信号を対象とした手法 [22]-[24] や多チャ ネル信号を対象とした手法 [25], [26] が数多く提案されている. 音声や楽器音のように分離対象となる音源の学習データが大量 に用意可能な状況では、DNN に基づく音源情報(対象音源の音 色やその時間変化等)のモデル化は有効であり,数多くの文献 で高精度な音源分離を実現している.しかし、多チャネル信号 で観測できる空間情報(音源位置、マイクロホン位置、部屋の 形状,残響時間等の膨大な物理要因に依存する情報)を DNN で学習し、汎化性の高いモデルを構築することは通常不可能で ある. このような状況に対して, Duong 法と DNN を組み合わ せた手法(以後, Duong+DNN 法と呼ぶ)が提案された [27]. 本手法では,音源情報のモデル化には事前学習した DNN を用 い,混合系に対応する空間情報は Duong 法の空間相関行列とし てモデル化及びブラインドに推定することで、高精度な教師あ り多チャネル音源分離を達成している.依然として空間情報を ブラインドに推定するという観点では非常に合理的なアプロー チであるが、フルランクの空間相関行列の推定アルゴリズムは 従来の Duong 法と同様であるため,比較的大きい計算コスト や初期値に対する分離性能の不安定性が問題となる.

本稿では,優決定条件かつ分離対象音源の学習データが得ら れるという条件下で,混合系ではなく分離系を高速に推定する アルゴリズムを提案し,最適化における改良アルゴリズムの有 効性を実験的に評価する.本手法で用いる学習データとは「女 性音声」や「ギター」等,特定の音源クラスに属するデータのこ とであり,観測信号に混合されている音源と全く同じ音源のサ ンプルでなくても良い.提案手法は,ILRMA における NMF 低ランク音源モデルを,対象音源を強調する DNN 音源モデルに 置き換えた手法であり,教師あり音源モデルに基づいて分離系 を高速かつブラインドに推定する.従って,ILRMAとMNMF の関係と同様に,提案手法は混合系を推定するDuong+DNN 法の双対な手法である.また,提案手法の空間モデルの最適化 アルゴリズムには音源の更新順に関する任意性があり,この順 番に応じて分離性能が大きく変化してしまう現象を実験的に確 認する.この問題の解決手法として,より高精度な音源分離が 達成される更新順を自動的に選択する手法を新たに提案する. 音楽信号を用いた音源分離実験では,提案手法が従来手法より も分離性能及び計算時間に関して優れていることを示す.

2. 従来手法

2.1 定 式 化

音源数と観測チャネル数をそれぞれ N 及び M とし,時間領 域の音源信号 $s_n(\tau)$,観測信号 $x_m(\tau)$,及び分離信号 $y_n(\tau)$ を それぞれ短時間 Fourier 変換 (short-time Fourier transform: STFT) して得られる複素時間周波数成分を次式で表す.

$$\boldsymbol{s}_{ij} = (s_{ij,1}, \ \cdots, \ s_{ij,N})^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$$
(1)

$$\boldsymbol{x}_{ij} = (x_{ij,1}, \ \cdots, \ x_{ij,M})^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$$
(2)

$$\boldsymbol{y}_{ij} = (y_{ij,1}, \ \cdots, \ y_{ij,N})^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$$
(3)

ここで, τ , $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$, $n = 1, \dots, N$, $m = 1, \dots, M$ はそれぞれ離散時間,周波数ビン,時間フレーム,音 源,及びチャネルのインデクスを表し,^Tは転置を表す. さらに, 各信号の複素スペクトログラム行列を $S_n \in \mathbb{C}^{I \times J}$, $X_m \in \mathbb{C}^{I \times J}$, 及び $Y_n \in \mathbb{C}^{I \times J}$ で表す. これらの行列の要素はそれぞれ $s_{ij,n}$, $x_{ij,m}$,及び $y_{ij,n}$ に一致する.混合系が線形時不変であり,時 間周波数領域での複素瞬時混合で表現できると仮定すると,周 波数毎の時不変な複素混合行列 $A_i = (a_{i,1} \cdots a_{i,N}) \in \mathbb{C}^{M \times N}$ $(a_{i,n} = (a_{i,n1}, \dots, a_{i,nM})^T$ は各音源のステアリングベクトル) が定義でき,観測信号を次式で表現できる.

$$\boldsymbol{x}_{ij} = \boldsymbol{A}_i \boldsymbol{s}_{ij} \tag{4}$$

この混合モデルは, Duong 法における各音源の空間相関行列 のランクが 1 という制約(ランク 1 空間モデル [18])に対応 し,時不変混合系の残響時間が STFT の窓長よりも十分短い 場合に成立する.この時, M = N かつ A_i が正則であれば,分 離フィルタ $w_{i,n} = (w_{i,n1}, \cdots, w_{i,nM})^{\mathrm{T}}$ で構成される分離行列 $W_i = (w_{i,1} \cdots w_{i,N})^{\mathrm{H}} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ が存在し,分離信号を次式で 表現できる.

$$\boldsymbol{y}_{ij} = \boldsymbol{W}_i \boldsymbol{x}_{ij} \tag{5}$$

ここで、^H はエルミート転置を示す. 優決定条件では,式 (5) 中の分離行列 W_i を全周波数において推定することが最終的な 目標となる.本稿では,以後,決定的な系 (M=N) を考える.

2.2 独立低ランク行列分析(ILRMA)

ILRMA [9]-[12] は優決定条件 BSS であり,空間モデル(分離行列 W_i)と音源モデル(NMFに基づく各音源の低ランク時間周波数構造)を同時に推定する最適化問題である.音源スペクトログラム Y_n の生成モデルとして,次式の分布を仮定する.

$$p(\mathbf{Y}_n) = \prod_{i,j} p(y_{ij,n})$$
$$= \prod_{i,j} \frac{1}{\pi r_{ij,n}} \exp\left(-\frac{|y_{ij,n}|^2}{r_{ij,n}}\right)$$
(6)

$$r_{ij,n} = \sum_{k} t_{ik,n} v_{kj,n} \tag{7}$$

ここで, $p(y_{ij,n})$ は分散 $r_{ij,n}$ の原点対称な複素ガウス分布で あり *i*, *j*, 及び *n* に関して独立である.分散 $r_{ij,n}$ が時間と周 波数に依存して変動するため,行列の生成モデル $p(\mathbf{Y}_n)$ は非 ガウスな分布である.また, $t_{ik,n} \ge 0$ 及び $v_{kj,n} \ge 0$ はそれぞ れ NMF の基底及びアクティベーションであり, $k=1, \cdots, K$ ($K \ll \min(I, J)$) は基底のインデクスを示す.すなわち, $r_{ij,n}$, $t_{ik,n}$,及び $v_{kj,n}$ を要素に持つ非負行列をそれぞれ $\mathbf{R}_n \in \mathbb{R}^{I \times J}_{\ge 0}$, $\mathbf{T}_n \in \mathbb{R}^{I \times K}_{\ge 0}$,及び $\mathbf{V}_n \in \mathbb{R}^{K \times J}_{\ge 0}$ とすると,式(7) はパワースペク トログラム $|\mathbf{Y}_n|^{-2}$ を低ランク音源モデル(モデルパワースペク トログラム) $\mathbf{R}_n = \mathbf{T}_n \mathbf{V}_n$ で近似していることに対応する.ここ で,ベクトルや行列に対する絶対値記号とドット付きの指数は 要素毎の絶対値と指数乗をとった行列を表す.

式(6)に基づく観測信号の負対数尤度は次式で与えられる.

$$\mathcal{L} \stackrel{c}{=} -2J \sum_{i} \log |\det \mathbf{W}_{i}| + \sum_{i,j,n} \left(\frac{|y_{ij,n}|^{2}}{r_{ij,n}} + \log r_{ij,n} \right)$$
(8)

ここで、 $\stackrel{c}{=}$ は定数項を除いて等しいことを示し、 $y_{ij,n} = w_{i,n}^{\mathrm{H}} x_{ij}$ である. 式 (8) を最小化することで、 W_i 、 T_n 、及び V_n を全て 推定できる. 式 (8) の第一項及び第二項は、時変ガウス分布を仮 定した IVA [6] のコスト関数に一致し、第二項及び第三項は板倉 斎藤擬距離に基づく NMF (Itakura–Saito NMF: ISNMF) [28] のコスト関数に一致する. 従って、 W_i の更新には反復射影 法 (iterative projection: IP) [5], [6]、 T_n 及び V_n の更新には ISNMF の乗算更新則 [28], [29] を交互に適用することで、全変 数を容易に最適化できる.

Figure 1 (a) に ILRMA による音源分離の原理図を示す. 混 合前の音源のパワースペクトログラム(分散行列) $|S_n|^{-2}$ は, 混合信号の分散行列 $|X_m|^{-2}$ よりも基本的に低ランクであるこ とから,分離信号の分散行列を NMF で低ランクにモデル化 $(|Y_n|^{-2} \approx R_n = T_n V_n)$ して分離行列 W_i の最適化に反映させ ることで,パーミュテーション問題を解決している.

3. 提案手法

3.1 動 機

優決定条件 BSS では, 音源間の独立性仮定の下で推定される 空間モデル(分離行列)がパーミュテーション問題[17]を起こ さないために,何らかの仮定を導入した音源モデルが不可欠で ある.例えば,IVA は同一音源の周波数成分の共変性(時間周 波数領域のグループスパース構造)を仮定し,ILRMA は同一 音源の時間周波数成分の低ランク共変構造を仮定及び推定して いる.他にも,グループスパース構造とスパース構造の組み合 わせや,低ランク構造とスパース構造の組み合わせ等の音源モ デルがパーミュテーション問題の回避に有効である[30].この ような統計的,あるいは構造的性質の仮定(音源モデル)がその音源に対して適切であれば,パーミュテーション問題を起こ すことなく空間モデルが最適化でき,高精度な音源分離が達成 される.しかし,音声信号やボーカル信号等に対する低ランク 構造仮定等,不適切な音源モデルを用いた場合には,パーミュ テーション問題が解決されず分離性能は劣化する.音源の性質 を陽に仮定せずとも適切な音源モデル R_n を推定できれば理想 的であるが,BSSの枠組みでは非常に困難な問題である.

分離対象音源の十分な学習データが用意できる場合は、その 音源に対して適切な音源モデルを構築することは比較的容易 である.特に,教師あり学習において大きな成果を上げている DNN に基づく手法は、音源分離問題に対してもその有効性が多 くの文献で示されている (例えば [22]-[27] 等). 一方, 空間的な 伝達系は,音源位置やマイクロホン位置,部屋の形状,残響時間 等膨大な物理要因に依存することから、それらを網羅する学習 データを用意することは非現実的である.従って、音源モデル には学習済の DNN を用い, 空間モデルは従来通りブラインドに 推定する手法が合理的である. DNN 音源モデルと Duong 法に よる空間相関行列の推定を組み合わせた Duong+DNN 法[27] は、そのような手法の先駆けであるが、Duong 法に基づく空間 相関行列の推定の計算コスト及び不安定性が解決すべき問題で ある.また Duong+DNN 法は,空間相関行列の更新回数に応 じて異なる DNN 音源モデル (パラメタ初期化用 DNN,空間 モデル更新後用 DNN 等)を導入している. これらの DNN 音 源モデルの学習には、Duong 法による音源分離途中の信号を学 習データとして集める必要があるため、多大なコストが要求さ れる.

本研究では、優決定条件を対象とした効率的な教師あり音源 分離の確立を目標とし、音源間の統計的独立性に基づくブラ インドな空間モデル推定と DNN に基づく教師有り音源モデル を組み合わせた手法を提案する.提案手法は、空間モデル推定 の過程で、DNN 音源モデルにより推定される時間周波数の分 散行列 \mathbf{R}_n を活用することから、以後、独立深層学習行列分析 (independent deeply learned matrix analysis: IDLMA)と呼 ぶ. IDLMA で用いる音源モデルは、Duong+DNN 法とは異 なり、空間モデルの反復回数によらず共通の DNN 音源モデル を用いる.また、複数の音源の分散 ($\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_N$)を出力す る一つの DNN ではなく、混合信号から一つの音源の分散 \mathbf{R}_n を出力する DNN を N 個利用することで、DNN 音源モデルの 再利用性(ポータビリティ)を確保する.

3.2 独立深層学習行列分析(IDLMA)

3.2.1 処理の概要

Figure 1 (b) に IDLMA による音源分離の原理図を示す. IDLMA は ILRMA と同様に,式(6)の生成モデルに基づいて 音源モデル R_n 及び空間モデル W_i を推定する.このとき,混 合信号から n 番目の音源の分散行列 R_n (モデルパワースペク トログラム)を推定する DNN を事前に学習しておく.これを DNN_n とする.例えば,ボーカル信号とその他の雑多な音源が 混合した信号を入力とし,ボーカル信号のみの分散行列を出力 するように DNN を学習することで,ボーカル信号を強調する



Fig. 1 Principle of source separation based on (a) ILRMA and (b) IDLMA.



Fig. 2 Process flow of IDLMA in two sources case, where first channel is used as reference for PB.

DNN 音源モデルが得られる. このような特定の音源を強調す る DNN を全音源 (DNN₁,...,DNN_N) に対して学習すること で,低ランク性やスパース性等の陽なモデルではなく学習デー タから得た適切な音源モデルを構築でき,より高精度な分散行 列 R_n 及び分離行列 W_i の推定に活用できる.

IDLMA の処理の流れを Fig. 2 に示す. 分離行列 W_i は観測 信号 X_m と推定分散行列 R_n を用いて IP によって更新され, 暫定的な分離信号 Y_n が得られる.空間モデルの推定には周 波数毎のスケールの任意性があるため、Yn に対してリファレ ンスチャネルを用いたプロジェクションバック法 (projectionback technique: PB) [31] を適用し,スケール補正後の分離信 号 $\hat{Y}_n \in \mathbb{C}^{I \times J}$ を得る.反復最適化の初期は分離が不十分である ため、 \hat{Y}_n は他の音源成分が多く残留している.これを混合信 号とみなし、音源モデル DNN_n に入力することで、より分離が 進んだ推定分散行列 R_n が得られ、これを再び分離行列 W_i の 更新に用いる.このプロセスを繰り返すことで、より高精度な W_i が推定される.なお、分散行列 R_n の初期値には、観測信 号のリファレンスチャネルを DNN_n に入力したときの出力を そのまま用いることができる.なお, IDLMA の最終的な出力 は \hat{Y}_n であり、これは時不変線形空間フィルタ $w_{i,n}$ の出力であ ることから, IDLMA は ILRMA と同様に歪みの少ない分離信 号が得られる.このような出力は、例えば音声認識システムに とって望ましいという利点がある [32].

3.2.2 IP に基づく分離行列の更新と PB

まず,音源モデル(分散 $r_{ij,n}$)が与えられたと仮定する.この下で,各音源が独立になるように分離行列 W_i を更新する.分離フィルタ $w_{i,n}$ は IP [5], [6]を用いて次式で更新できる.

$$\boldsymbol{U}_{i,n} = \frac{1}{J} \sum_{j} \frac{1}{r_{ij,n}} \boldsymbol{x}_{ij} \boldsymbol{x}_{ij}^{\mathrm{H}}$$
(9)

$$\boldsymbol{w}_{i,n} \leftarrow \left(\boldsymbol{W}_i \boldsymbol{U}_{i,n} \right)^{-1} \boldsymbol{e}_n \tag{10}$$

$$\boldsymbol{w}_{i,n} \leftarrow \boldsymbol{w}_{i,n} \left(\boldsymbol{w}_{i,n}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{U}_{i,n} \boldsymbol{w}_{i,n} \right)^{-\frac{1}{2}}$$
 (11)

ここで, $e_n \in \mathbb{R}_{\{0,1\}}^{N \times 1}$ は n 番目の要素が 1,他の要素が 0 の ベクトルである.分離フィルタ $w_{i,n}$ 更新後は,分離信号を $y_{ij,n} \leftarrow w_{i,n}^{\mathrm{H}} x_{ij}$ として更新する.このように推定される分離信 号 Y_n は,周波数毎のスケールが揃っていないため,リファレ ンスチャネルのスケールに合わせる PB を適用する.

$$\hat{y}_{ij,n} = \left[\boldsymbol{W}_i^{-1} \left(\boldsymbol{e}_n \circ \boldsymbol{y}_{ij} \right) \right]_{m_{\text{ref}}}$$
(12)

ここで、 $\hat{y}_{ij,n}$ は \hat{Y}_n の要素、o は要素毎の積、 $[\cdot]_m$ は m 番目の 要素値、 m_{ref} はリファレンスチャネルのインデクスをそれぞれ 表す.以上により得られる分離信号 \hat{Y}_n を、音源モデル DNN_n に入力する.

3.2.3 DNN 音源モデルを用いた分散の推定

各音源の DNN は,分離対象となる音源信号の学習データ $\tilde{S}_n \in \mathbb{C}^{I \times J}$ とその他の音源信号の学習データ $\tilde{S}_{n'}$ ($n' \neq n$) を 任意の比率で混合した信号 $\tilde{X} \in \mathbb{C}^{I \times J}$ の振幅値 $|\tilde{X}|^{\cdot 1}$ を入力と し,混合前の音源信号の振幅値 $|\tilde{S}_n|^{\cdot 1}$ を予測するように学習す る. $|\tilde{X}|^{\cdot 1}$ を入力した DNN_n の出力信号 ($|\tilde{S}_n|^{\cdot 1}$ の推定値)を $D_n = \text{DNN}_n(|\tilde{X}|^{\cdot 1}) \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{I \times J}$ と表すと,DNN_n を学習するため の損失関数には,板倉斎藤擬距離の分子と分母に微小値 δ_1 を 加えた次式を用いる [27].

$$L = \frac{1}{IJ} \sum_{i,j} \left(\frac{|\tilde{s}_{ij,n}|^2 + \delta_1}{d_{ij,n}^2 + \delta_1} - \log \frac{|\tilde{s}_{ij,n}|^2 + \delta_1}{d_{ij,n}^2 + \delta_1} - 1 \right)$$
(13)

ここで、 $\tilde{s}_{ij,n}$ 及び $d_{ij,n}$ はそれぞれ \tilde{S}_n 及び D_n の要素である. 式 (13) を最小化する DNN を学習することは、生成モデル (6) に基づく分散 $r_{ij,n}$ の最尤推定と等価 [28] であることから、 DNN_n は混合信号から分離対象音源の分散行列を推定するネッ トワークと解釈できる.

学習済みの DNN 音源モデルを用いた分散 *r_{ij,n}* の更新は次 式となる.

$$|\hat{\boldsymbol{R}}_n|^{\cdot \frac{1}{2}} = \text{DNN}_n(|\hat{\boldsymbol{Y}}_n|^{\cdot 1})$$
(14)

$$r_{ij,n} \leftarrow \max(\hat{r}_{ij,n},\varepsilon) \tag{15}$$

ここで、 $\hat{r}_{ij,n}$ は DNN_nの推定分散行列 $\hat{R}_n \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{I \times J}$ の要素、 ε は IP の安定性を向上させるための微小値である。本稿で用いる DNN 音源モデルの入出力特徴量とアーキテクチャの詳細については 4.2 節で示す。

4. 評価実験

4.1 実験条件

IDLMA の性能評価のため, ILRMA, 学習済みの DNN_n の 全音源 (n=1,・・・,N) 分の出力を用いて Wiener フィルタを構 成し観測信号に適用する手法 (DNN+WF) [24], Duong+DNN 法,及び IDLMA の4手法について,音楽信号を対象とした 2 音源の分離性能を比較した.実験には,SiSEC2016 [33]の 音楽信号データセット DSD100 中のボーカル (Vo.), ベース (Ba.), ドラム (Dr.) の3音源を用いた. DSD100の dev デー タ 50 曲を DNN 音源モデルの学習データとし, test データ 50 曲の内アルファベット順の上位 25 曲のそれぞれについて, 30 秒から 60 秒の区間を音源分離の対象(評価データ)とした. 但し、当該区間がすべて無音となる楽曲については、60秒か ら 90 秒の区間とした. 多チャネル観測信号は, RWCP データ ベース [34] に収録されている E2A インパルス応答と音源信号 を畳み込み混合して生成した.実験に用いた2種のインパル ス応答(以後, IR1 及び IR2 と呼ぶ)を Fig. 3 に示す. 音源 の混合は Ba./Vo. と Dr./Vo. の 2 種とし、サンプリング周波 数は8kHzに落として実験した. ILRMA の基底数はK = 20とし, ILRMA, Duong+DNN 法, 及び IDLMA の最適化は空 間モデルの反復更新を100回行った時点で終了とした.また, Duong+DNN 法及び IDLMA は,空間モデルの最適化を 10 回 反復する毎に DNN 音源モデルを1回適用した.音源分離性能 の客観評価尺度には signal-to-distortion ratio (SDR) [35] を用 いた.

4.2 DNN の構造と学習方法

DNN は全結合型ニューラルネットワークを用いた.隠れ層 は4層,各隠れ層のユニット数は STFT の窓長によらず 1024 とし,各隠れ層及び出力層に対し,活性化関数として rectified linear unit [36]を用いた.また,DNN の学習時の入出力特徴 量には,Fig.4に示す次のベクトルを用いた.

$$\vec{\boldsymbol{x}}_{j} = \frac{\sum_{n} \alpha_{j,n} \vec{\boldsymbol{s}}_{j,n}}{\|\sum_{n} \alpha_{j,n} \vec{\boldsymbol{s}}_{j,n}\|_{2} + \delta_{2}} \in \mathbb{C}^{I(2c+1)\times 1}$$
(16)

$$\bar{\boldsymbol{s}}_{j,n} = \frac{\alpha_{j,n} \tilde{\boldsymbol{s}}_{j,n}}{\|\sum_{n} \alpha_{j,n} \tilde{\boldsymbol{s}}_{j,n}\|_2 + \delta_2} \in \mathbb{C}^{I \times 1}$$
(17)

$$\vec{s}_{j,n} = [\tilde{s}_{j-2c,n}^{\mathrm{T}}, \tilde{s}_{j-2c+2,n}^{\mathrm{T}}, \cdots, \tilde{s}_{j+2c,n}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{I(2c+1)\times 1}$$
(18)

ここで, \vec{x}_j 及び $\vec{s}_{j,n}$ はそれぞれ時間フレーム j において同じ 値で正規化された混合信号ベクトル及び分離対象音源ベクトル であり, DNN_nの入力ベクトル及び出力ベクトルはそれぞれ $|\vec{x}_j|^{-1}$ 及び $|\vec{s}_{j,n}|^{-1}$ である.また, $\alpha_{j,n}$ は [0.05,1] の一様乱数 に従う確率変数であり, DNN による音源分離が様々な混合比 に対する汎化性を獲得することを期待している [24]. $\vec{s}_{j,n} \in \mathbb{C}^I$



Fig. 4 Learning process of DNN source model and its input and output vectors, where I=4, J=8, N=2, and c=1.

は音源信号 \hat{S}_n の時間フレーム *j* における周波数ベクトルであ り, $\vec{s}_{j,n}$ は時間フレーム *j* を中心として 1 フレームおきに前後 のフレームを *c* 個ずつ集めて結合したベクトルである. さらに, $\|\cdot\|_2$ は L_2 ノルム, δ_2 は零除算を防ぐための微小値である. なお, IDLMA の反復更新において式 (14) を適用する場合も, \hat{Y}_n に対して式 (18) と同様の操作で前後の時間フレームを結合 したベクトル $\vec{y}_{j,n} \in \mathbb{C}^{I(2c+1)\times 1}$ を作成し, $|\vec{y}_{j,n}|^{-1}$ をDNN*n* に 入力する.

DNN の最適化には ADADELTA [37] を用い, ミニバッチサ イズを 128, エポック数を 1000 として誤差逆伝播学習を行った. また, 過学習を避けるための正則化項として $(\lambda/2) \sum_q g_q^2 を損失$ 関数 (13) に加えた. ここで, g_q は DNN の重み係数を表す. そ の他のパラメタは, $\delta_1 = \delta_2 = 10^{-5}$, $\varepsilon = 10^{-1} \times (IJ)^{-1} \sum_{i,j} \hat{r}_{ij,n}$, c=3, 及び $\lambda = 10^{-5}$ とし, ADADELTA のハイパーパラメタ は $\rho = 0.95$ 及び $\epsilon = 10^{-6}$ とした.

4.3 実験結果

4.3.1 STFT の窓長と各手法の性能の関係

ILRMA と IDLMA は,いずれも式(4)のランク1空間モデ ルに基づく分離であり、この仮定は STFT の窓長が長いほど (あるいは収録環境の残響長が短いほど)妥当なものとなる[11]. 一方で、フルランクの空間相関行列を仮定する Duong+DNN 法は、式(4)で表現できない混合系も取り扱えることから、そ の推定の困難さはさておき、原理的にはランク1空間モデルよ りも高精度に分離できる.従って両者の違いは、窓長に対する 空間モデル由来の制約の有無である.

本項では,窓長に対する各手法の性能を実験的に確認するために,128 ms,256 ms,512 ms,及び1024 msの4種の窓長を用いて分離を行った.但し,シフト長は常に窓長の半分とした. DNN+WF法,Duong+DNN法,及びIDLMAに関しては,各窓長に対してDNN音源モデルの学習を行い,共通の音源モデルで分離性能を評価した.さらに,ランク1空間モデル(4)を仮定した場合の理想的な分離フィルタ(ideal filter)の性能

with various window lengths						
Impulse response	Method	Window length in STFT				
		$128\mathrm{ms}$	$256\mathrm{ms}$	$512\mathrm{ms}$	$1024\mathrm{ms}$	
IR1	Ideal filter	18.08	19.78	21.18	22.64	
	ILRMA	3.40	4.65	6.53	4.91	
	DNN+WF	7.07	7.34	7.76	6.66	
	Duong+DNN	9.25	10.60	11.14	8.82	
	IDLMA	10.88	12.90	13.48	11.55	
IR2	Ideal filter	14.32	15.63	16.60	17.43	
	ILRMA	2.36	3.60	5.82	2.86	
	DNN+WF	6.84	7.35	7.66	6.85	
	Duong+DNN	8.35	9.89	10.67	8.15	
	IDLMA	11.08	11.60	12.51	9.62	

Table 1 Average SDR improvements (dB) for Ba./Vo. separation with various window lengths

も同時に示した.この理想的な分離フィルタは、音源信号 S_n と分離信号 Y_n 間の歪み最小基準より次式で与えられる.

$$\boldsymbol{W}_{i} = \boldsymbol{S}_{i} \boldsymbol{X}_{i}^{\mathrm{H}} \left(\boldsymbol{X}_{i} \boldsymbol{X}_{i}^{\mathrm{H}} \right)^{-1}$$
(19)

ここで、 $S_i \in \mathbb{C}^{N \times J}$ 及び $X_i \in \mathbb{C}^{M \times J}$ はそれぞれ $s_{ij,n}$ 及び $x_{ij,m}$ を要素にもつ行列である. Duong+DNN法は、原理的にはこの理想的な分離フィルタの性能を上回ることができる点に注意する.

Tables 1 及び2は、各窓長での音源分離結果をテストデータ 25 曲に関して平均した SDR 改善量である. 前述の通り, 理想 的な分離フィルタは全てのデータに対して窓長が長いほど性能 が向上している. ILRMA は、ランク1空間モデルの妥当性と 統計バイアスの影響のトレードオフ[11]により, Ba./Vo. に対 しては 512 ms, Dr./Vo. に対しては 256 ms か 512 ms の窓長 が最適となっている. DNN+WF は単一チャネルの音源分離 手法であるが、窓長の増加に伴って DNN 音源モデルの入出力 特徴量の次元が増加する.今回の実験では,隠れ層の層数やユ ニット数は窓長によらず一定としたため、長い窓長では学習が 困難となり,性能が劣化している.この DNN 音源モデルの性 能劣化は Duong+DNN 法及び IDLMA の分離性能にも影響す る. 従って IDLMA は,空間モデルの妥当性,統計バイアス, 及び DNN 音源モデルの学習困難性の3つの観点から、窓長 に関する性能のトレードオフが存在する. Duong+DNN 法と IDLMA を比較すると、原理的にはランク1空間モデルを用い ない Duong+DNN 法が有利であるが、フルランクの空間相関 行列の推定が困難であることに起因して, Dr./Vo.の IR2 以外 のデータで IDLMA の性能が上回っていることが確認できる.

4.3.2 反復更新毎の性能比較

各手法の反復更新に対する全 25 曲の平均 SDR 改善量を Fig. 5 に示す. 但し, Ba./Vo. は 512 ms, Dr./Vo. は 256 ms の窓長を用いた場合の結果である. DNN+WF は反復手法で はないため, SDR 改善量の値を水平線で示している. 結果よ り, IDLMA は DNN 音源モデルを通す度(反復 10 回毎)に 推定分散の改善がみられ,それに追従して分離行列もより良い 解に誘導されていく様子が確認できる. Duong+DNN 法も同 様の傾向が確認できるが,反復回数 50 回以降では DNN 音源 モデルが SDR を下げてしまう現象が確認でき,多くの場合で IDLMA よりも悪い性能に収束している.

Table 2 Average SDR improvements (dB) for Dr./Vo. separation with various window lengths

Impulse response	Method	Window length in STFT			
		$128\mathrm{ms}$	$256\mathrm{ms}$	$512\mathrm{ms}$	$1024\mathrm{ms}$
IR1	Ideal filter	16.35	17.37	18.21	19.25
	ILRMA	6.88	8.13	7.46	6.20
	DNN+WF	2.67	3.35	3.31	2.00
	Duong+DNN	3.75	9.58	9.05	6.17
	IDLMA	6.82	10.91	8.66	6.52
IR2	Ideal filter	12.21	12.96	13.43	13.96
	ILRMA	4.01	4.65	4.90	3.44
	DNN+WF	3.20	4.21	3.88	2.57
	Duong+DNN	4.02	9.62	9.04	5.94
	IDLMA	6.93	9.24	6.93	5.53



Fig. 5 Average SDR improvements in each iteration step for (a) Ba./Vo. separation with 512-ms-long window and (b) Dr./Vo. separation with 256-ms-long window.

4.3.3 計算量比較

ILRMA や IDLMA における空間モデル W_i の更新には式 (9)–(11) に示す IP を用いている. この反復更新にはサイズ Nの行列 $W_i U_{i,n}$ の逆行列演算が含まれているため,全音源全周 波数の IP による更新はおよそ $O(IN^4)$ の計算量が必要となる. 一方で,Duong 法の空間相関行列の expectation-maximization (EM) アルゴリズムに基づく反復更新 [18] には,Eステップで 各時間周波数に対してサイズ M の逆行列演算が必要であり, さらに M ステップでサイズ M の逆行列演算が音源と周波数毎 に必要になるため,それぞれのステップでおよそ $O(IJM^3)$ と $O(INM^3)$ の計算量が必要となる. 従って,N = M の場合に は IP に基づく手法の方が高速である. Table 3 は, 30 秒の信 号に対して空間モデルを 100 回更新した際の各手法の実際の計

Table 3 Examples of computational time for 100 spatial updates in each method

Method	Computational time [s]
ILRMA	23.31
Duong+DNN	287.06
IDLMA	26.56

算時間例を手法毎に示している. 但し,計算には Python 3.5.2 と Chainer 2.1.0 の環境で, Intel Core i7-6850K (3.60 GHz, 6 Cores)の CPU を用いている. また,DNN 音源モデルによる 分散推定には GeForce GTX 1080 Ti の GPU を用いている. この結果より, IDLMA の計算時間は ILRMA とほぼ同程度, Duong+DNN 法よりも 10 倍以上高速であることが分かる.

IP における分離フィルタの更新順の影響と 適切な更新順の自動選択

5.1 分離フィルタの更新順の影響

前節の実験では, Ba. あるいは Dr. をn=1, Vo. をn=2と し,式(9)–(11)の IP による分離行列 W_i の更新をn=1,2と いう順番(インデクスの昇順)で行った場合の結果を示した. この IP における分離フィルタ $w_{i,n}$ の更新の順番には任意性が あり,コスト関数(8)が $w_{i,n}$ に対して非凸であることから,最 終的に得られる解は更新する順番に依存する.特に DNN 音源 モデルを用いる IDLMA では,得られる分離結果がこの更新の 順番に強く依存してしまう.例えば,IR1を用いた Ba/Vo.の 混合信号では,n=1,2の昇順で IP を適用した場合の SDR 改 善量が 13.48 dB であるのに対し,n=2,1の降順で IP 適用し た場合は 11.05 dB となった.

この現象の原因として、DNN 音源モデルによる分散行列 R_n の推定精度が関連していると考えられる。即ち、1回の分離行列 W_i の更新の中で逐次的に $w_{i,n}$ を更新する IP では、分散行列 R_n がより高精度に推定された音源の分離フィルタを先に更新することが望ましい。今回の実験では、複雑な周波数変動を含む Vo. 信号よりも、簡素な時間周波数構造を持つ Ba. や Dr. の方が高精度に分散行列 R_n を推定できる。事実として、学習データに対する損失関数の収束値は Vo. よりも Ba. や Dr. の方が小さな値となっている。従って、IDLMA の IP の計算では、Ba. や Dr. の音源 (n=1)の分離フィルタ $w_{i,n}$ を先に更新する方がより良い解へと収束する可能性が高い。

5.2 適切な更新順の選択基準

より良い音源分離性能をもたらす分離フィルタの更新順を 自動的に選択するために、何らかの妥当な選択基準を設ける ことが望ましい.本稿では、IDLMAの一時的な分離信号 \hat{Y}_n を音源モデル DNN_n' に入力したときに得られる分散行列を $\check{R}_{nn'} = |\text{DNN}_{n'}(|\hat{Y}_n|^{-1})|^{-2}$ としたとき、更新順の選択基準とし て次式で定義される ζ 及び ξ の 2 種類を提案する.

$$\zeta = \frac{1}{N} \sum_{n} \frac{\sum_{i,j} \check{r}_{ij,nn'}}{\sum_{n'} \sum_{i,j} \check{r}_{ij,nn'}}$$
(20)

$$\xi = \frac{1}{N} \sum_{i,j,n} \frac{\check{r}_{ij,nn'}}{\sum_{n'}\check{r}_{ij,nn'}}$$
(21)



Fig. 6 Average SDR improvements in each iteration step based on several update orders: (a) Ba./Vo. separation with 512-ms-long window and (b) Dr./Vo. separation with 256ms-long window.

ここで、 $\check{r}_{ij,nn'}$ は $\check{R}_{nn'}$ の要素である.式 (20) は分離信号 \hat{Y}_n に含まれる音源 n 成分の割合の推定値を全音源に関して平均し た指標であり、式 (21) は各時間周波数要素の Wiener フィルタ 値を全音源に関して平均した指標である. IDLMA の反復更新 の中で、全通りの分離フィルタの更新順(N!通り)を試行し、 そのそれぞれの更新順で得られる分離信号 \hat{Y}_n から ζ あるいは ξ を計算して値の大きくなる結果を採用することで、より高精 度な分離ができる解へと導くことができる.

5.3 更新順の自動選択の実験

4章と同一の条件で、 ζ 及び ξ を用いた更新順の自動選択を 行った場合の IDLMA の分離結果を Fig. 6 に示す. 但し、IR1 のインパルス応答を用いた結果のみ示している.本実験の結果 では、5.1 節で述べた理由から、常に昇順での分離フィルタ更 新がテストデータ 25 曲のほぼ全てで最良の結果となったが、 Ba./Vo. のデータに対しては ζ に基づく更新順の選択が最良と同程度 の分離性能となっており、提案する選択基準の有効性が確認で きる.

6. まとめ

本稿では、音源間の統計的独立性と DNN に基づく音源モ デルを用いた教師あり音源分離手法の IDLMA を提案した. IDLMA は、対象の音源のみを強調する DNN を教師あり音源 モデルとして活用しているが、空間モデルは依然としてブライ ンドに推定できるため、汎用性の高いアルゴリズムである.ま た、分離フィルタの更新順に対する適切な選択基準を提案した. DNN 音源モデルに基づく従来手法と実験的に比較し、分離性 能と計算効率の観点から IDLMA の有効性を実証した.

謝辞 本研究の一部は SECOM 科学技術支援財団, JSPS 科 研費 16H01735, 17H06101, 及び 17H06572 の助成を受けたも のである.

文 献

- P. Comon, "Independent component analysis, a new concept?," Signal Processing, vol. 36, no. 3, pp. 287–314, 1994.
- [2] A. Hiroe, "Solution of permutation problem in frequency domain ICA using multivariate probability density functions," *Proc. ICA*, pp. 601–608, 2006.
- [3] T. Kim, T. Eltoft, and T.-W. Lee, "Independent vector analysis: an extension of ICA to multivariate components," *Proc. ICA*, pp. 165–172, 2006.
- [4] T. Kim, H. T. Attias, S.-Y. Lee, and T.-W. Lee, "Blind source separation exploiting higher-order frequency dependencies," *IEEE Trans. ASLP*, vol. 15, no. 1, pp. 70–79, 2007.
- [5] N. Ono, "Stable and fast update rules for independent vector analysis based on auxiliary function technique," *Proc.* WASPAA, pp. 189–192, 2011.
- [6] N. Ono, "Auxiliary-function-based independent vector analysis with power of vector-norm type weighting functions," *Proc. APSIPA*, 2012.
- [7] D. D. Lee and H. S. Seung, "Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization," *Nature*, vol. 401, no. 6755, pp. 788–791, 1999.
- [8] D. D. Lee and H. S. Seung, "Algorithms for non-negative matrix factorization" *Proc. NIPS*, pp. 556–562, 2000.
- [9] D. Kitamura, N. Ono, H. Sawada, H. Kameoka, and H. Saruwatari, "Determined blind source separation unifying independent vector analysis and nonnegative matrix factorization," *IEEE/ACM Trans. ASLP*, vol. 24, no. 9, pp. 1626–1641, 2016.
- [10] D. Kitamura, "Algorithms for independent low-rank matrix analysis," [Online]. Available: http://d-kitamura.net/ pdf/misc/AlgorithmsForIndependentLowRankMatrixAnaly sis.pdf
- [11] D. Kitamura, N. Ono, and H. Saruwatari, "Experimental analysis of optimal window length for independent low-rank matrix analysis," *Proc. EUSIPCO*, pp. 1210–1214, 2017.
- [12] D. Kitamura, N. Ono, H. Sawada, H. Kameoka, and H. Saruwatari, "Determined blind source separation with independent low-rank matrix analysis," *Audio Source Separation*, Shoji Makino, Ed. ch. 6, 31 pages, Springer, March 2018 (in press).
- [13] P. Smaragdis, "Blind separation of convolved mixtures in the frequency domain," *Neurocomputing*, vol. 22, no. 1, pp. 21–34, 1998.
- [14] S. Araki, R. Mukai, S. Makino, T. Nishikawa, and H. Saruwatari, "The fundamental limitation of frequency domain blind source separation for convolutive mixtures of speech," *IEEE Trans. SAP*, vol. 11, no. 2, pp. 109–116, 2003.
- [15] H. Sawada, R. Mukai, S. Araki, and S. Makino, "Convolutive blind source separation for more than two sources in the frequency domain," *Proc. ICASSP*, 2004, pp. III-885– III-888.
- [16] H. Saruwatari, T. Kawamura, T. Nishikawa, A. Lee, and K. Shikano, "Blind source separation based on a fastconvergence algorithm combining ICA and beamforming," *IEEE Trans. ASLP*, vol. 14, no. 2, pp. 666–678, 2006.
- [17] S. Kurita, H. Saruwatari, S. Kajita K. Takeda, and F. Itakura, "Evaluation of blind signal separation method using directivity pattern under reverberant conditions," *Proc. ICASSP*, vol. 5, pp. 3140–3143, 2000.
- [18] N. Q. K. Duong, E. Vincent, and R. Gribonval, "Underdetermined reverberant audio source separation using a fullrank spatial covariance model," *IEEE Trans. ASLP*, vol. 18, no. 7, pp. 1830–1840, 2010.
- [19] A. Ozerov and C. Févotte, "Multichannel nonnegative matrix factorization in convolutive mixtures for audio source

separation," *IEEE Trans. ASLP*, vol. 18, no. 3, pp. 550–563, 2010.

- [20] H. Sawada, H. Kameoka, S. Araki, and N. Ueda, "Multichannel extensions of non-negative matrix factorization with complex-valued data," *IEEE Trans. ASLP*, vol. 21, no. 5, pp. 971–982, 2013.
- [21] A. R. López, N. Ono, U. Remes, K. Palomäki, and M. Kurimo, "Designing multichannel source separation based on single-channel source separation," *Proc. ICASSP*, pp. 469– 473, 2015.
- [22] E. M. Grais, M. U. Sen, and H. Erdogan, "Deep neural networks for single channel source separation," *Proc. ICASSP*, pp. 3734–3738, 2014.
- [23] P.-S. Huang, M. Kim, M. H.-Johnson, and P. Smaragdis, "Joint optimization of masks and deep recurrent neural networks for monaural source separation," *IEEE/ACM Trans. ASLP*, vol. 23, no. 12, pp. 2136–2147, 2015.
- [24] S. Uhlich, F. Giron, and Y. Mitsufuji, "Deep neural network based instrument extraction from music," *Proc. ICASSP*, pp. 2135–2139, 2015.
- [25] S. Araki, T. Hayashi, M. Delcroix, M. Fujimoto, K. Takeda, and T. Nakatani, "Exploring multi-channel features for denoising-autoencoder-based speech enhancement," *Proc. ICASSP*, pp. 116–120, 2015.
- [26] T. Nakatani, N. Ito, T. Higuchi, S. Araki, and K. Kinoshita, "Integrating DNN-based and spatial clusteringbased mask estimation for robust MVDR beamforming," *Proc. ICASSP*, pp. 286–290, 2017.
- [27] A. A. Nugraha, A. Liutkus, and E. Vincent, "Multichannel audio source separation with deep neural networks," *IEEE/ACM Trans. ASLP*, vol. 24, no. 9, pp. 1652–1664, 2016.
- [28] C. Févotte, N. Bertin, and J.-L. Durrieu, "Nonnegative matrix factorization with the Itakura-Saito divergence. With application to music analysis," *Neural Computation*, vol. 21, no. 3, pp. 793–830, 2009.
- [29] Y. Mitsui, D. Kitamura, N. Takamune, H. Saruwatari, Y. Takahashi, and K. Kondo, "Independent low-rank matrix analysis based on parametric majorization-equalization algorithm," *Proc. CAMSAP*, pp. 98–102, 2017.
- [30] K. Yatabe and D. Kitamura, "Determined blind source separation via proximal splitting algorithm," *Proc. ICASSP*, 2018 (in press).
- [31] K. Matsuoka and S. Nakashima, "Minimal distortion principle for blind source separation," *Proc. ICA*, pp. 722–727, 2001.
- [32] M. Mimura, Y. Bando, K. Shimada, S. Sakai, K. Yoshii, and T. Kawahara, "Combined multi-channel NMF-based robust beamforming for noisy speech recognition," *Proc. Interspeech*, pp. 2451–2455, 2017.
- [33] A. Liutkus, F.-R. Stöter, Z. Rafii, D. Kitamura, B. Rivet, N. Ito, N. Ono, and J. Fontecave, "The 2016 signal separation evaluation campaign," *Proc. LVA/ICA*, pp. 323–332, 2012.
- [34] S. Nakamura, K. Hiyane, F. Asano, T. Nishiura, and T. Yamada, "Acoustical sound database in real environments for sound scene understanding and hands-free speech recognition," *Proc. LREC*, pp. 965–968, 2000.
- [35] E. Vincent, R. Gribonval, and C. Fevotte, "Performance measurement in blind audio source separation," *IEEE Trans. ASLP*, vol. 14, no. 4, pp. 1462–1469, 2006.
- [36] X. Glorot, A. Bordes, and Y. Bengio, "Deep sparse rectifier networks," *Proc. AISTATS*, pp. 315–323, 2011.
- [37] M. D. Zeiler, "ADADELTA: an adaptive learning rate method," arXiv, 2012. [Online]. Available: http://arxiv. org/abs/1212.5701